

Związki teorii liczb z dynamiką klasyczną i kwantową:

Projekt dotyczy innowacyjnych, interdyscyplinarnych badań podstawowych łączących problemy i metody z zakresu teorii liczb, układów dynamicznych oraz fizyki kwantowej: multiplikatywnej teorii liczb, losowości liczb pierwszych, teorii ergodycznej, dynamiki parabolicznej i kwantowej. Projekt skoncentrowany jest na najbardziej aktualnych problemach współczesnej nauki, badanych przez naukowców światowego formatu, w tym medalistów Fieldsa. Będzie on realizowany we współpracy z ośrodkami naukowymi na świecie: University of Zurich, Institute for Advanced Studies (Princeton), Maryland University. Zespół realizujący projekt będzie miał charakter interdyscyplinarny i będzie składał się z pracowników Wydziału Matematyki i Informatyki oraz Wydziału Fizyki, Astronomii i Informatyki Stosowanej.

Problemy teorii liczb często uważane są za rdzeń matematyki. Wiele słynnych problemów dotyczy wciąż tajemniczego zbioru liczb pierwszych. Własności tego zbioru powinny być zakodowane w statystyce funkcji arytmetycznych zachowujących strukturę multiplikatywną liczb naturalnych. Najśłynniejsze z tych funkcji (jak funkcje Möbiusa czy Liouville'a) mają zachowywać się podobnie do typowych próbek procesów niezależnych. Jednym ze sposobów wyrażenia tej idei jest Hipoteza Riemanna, innym podejściem jest słynna hipoteza Chowla z 1965 roku dotycząca zaniku korelacji funkcji Liouville'a. W 2010 roku P. Sarnak zaproponował nowe podejście, twierdząc, że klasyczne funkcje multiplikatywne są nieskorelowane ze wszystkimi deterministycznymi obserwabłami. To podejście do losowości liczb pierwszych dało nowy impuls do znajdowania związków analitycznej teorii liczb z dynamiką, poprzez tzw. dynamikę niejednorodną. W tym ujęciu próbujemy zrozumieć, jakie są własności dynamiczne (ergodyczne) tzw. układów Furstenberga funkcji multiplikatywnych. W ciągu ostatniej dekady wiele fundamentalnych pytań wokół hipotezy Sarnaka uzyskało odpowiedzi, a sama hipoteza została potwierdzona dla wielu klas układów deterministycznych. Jednak pełna hipoteza wciąż pozostaje otwarta i prowadzi do nowych problemów klasyfikacyjnych funkcji multiplikatywnych oraz rodzi nowe pytania o niekonwencjonalne twierdzenia ergodyczne i ich zastosowania w kombinatoryce.

Teoria ergodyczna od samego początku miała na celu wyjaśnianie zjawisk proponowanych przez fizykę matematyczną. W ostatnich latach metody teorii ergodycznej odniosły znaczące sukcesy w badaniu dynamiki translacji na tzw. powierzchniach płaskich — zarówno skończonych, jak i nieskończonych, o periodycznej (krystalicznej) strukturze. Modele nieskończone o strukturze periodycznej wywodzą się z badań nad przewodnictwem w kryształach oraz geometrią powierzchni Fermiego. W ostatnim czasie powierzchnie płaskie są wykorzystywane również do badania propagacji światła w płaskich, regularnych materiałach okresowo nakrapianych zanieczyszczeniami (nieregularnościami), które powodują odbicia wiązek światła. Nawet niewielkie, ale periodycznie rozmieszczone nieregularności prowadzą do całkowitej zmiany dynamiki propagacji światła, w której zaawansowane metody abstrakcyjnej teorii ergodycznej odgrywają zasadniczą rolę. Jednym z naszych głównych celów badawczych jest lepsze zrozumienie tego zjawiska, w szczególności rozkładu kierunków, w których skupiają się promienie świetlne w nakrapianym materiale przy obracaniu źródła światła, przy jednoczesnym rozwijaniu nowych metod w abstrakcyjnej teorii ergodycznej oraz w teorii liczb, związanych z rozwinięciami w ułamki łańcuchowe.

Badania podstawowe i stosowane nad technologiami kwantowymi wymagają dokładnej analizy matematycznych własności operacji kwantowych, stanów kwantowych w układach wielu ciał oraz dynamiki kwantowej, z uwzględnieniem szkodliwego wpływu otoczenia (takiego jak dekoherencja kwantowa i/lub dysypacja). Jedną z głównych przeszkód w rozwoju komputerów kwantowych, komunikacji kwantowej i symulacji kwantowych jest zapobieganie utracie zasobów kwantowych (takich jak koherencja kwantowa i splątanie kwantowe) w układach, które nie są idealnie odizolowane od otoczenia. Przewyciężenie tych problemów wymaga głębszego teoretycznego zrozumienia zjawisk kwantowych. To z kolei wymaga szczegółowej analizy kanałów kwantowych i ich uogólnień, znanych jako superkanały kwantowe i supermapy kwantowe — kluczowych obiektów w teorii informacji kwantowej.